

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN HỌC

Ngày thi: 5/12/2018

Thời gian: 150 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi này có 01 trang)

Bài 1. (4,0 điểm) Cho biểu thức :

$$P = \left(\frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}} + \frac{x-y}{\sqrt{x^2-y^2} - x+y} \right) \cdot \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2-y^2}} \quad . \text{ Với } x > y > 0 .$$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Cho $x - y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2. (4,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ 3x^2 + 8y^2 + 12xy = 23 \end{cases}$$

b)
$$\sqrt{2x+1} + 3\sqrt{4x^2-2x+1} = 3 + \sqrt{8x^3+1}$$

Bài 3. (4,0 điểm)

a) Cho các số thực x, y, z đôi một phân biệt và thỏa mãn:

$$x^2(y+z) = y^2(z+x) = 2018 \quad . \text{ Tính } M = z^2(x+y) .$$

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + 6z = -9$.

Bài 4. (6,0 điểm)

Cho đoạn thẳng AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB, vẽ nửa đường tròn (O) đường kính AB và các tiếp tuyến Ax, By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến cắt Ax, By theo thứ tự tại C, D. Gọi N là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng :

a) AC. BD không đổi khi M di chuyển trên nửa đường tròn (O).

b) MN vuông góc với AB.

c) Xác định vị trí của M để chu vi tứ giác ACDB nhỏ nhất.

Bài 5. (2,0 điểm)

Cho hai đường thẳng $(d_1): y = (2m^2 + 1)x + 2m - 1$ và $(d_2): y = m^2x + m - 2$ với m là tham số. Gọi I là giao điểm của d_1 và d_2 .

a) Tìm tọa độ điểm I theo tham số m .

b) Chứng minh rằng I luôn thuộc một đường thẳng cố định khi m thay đổi.

(Học sinh không được sử dụng MTCT)

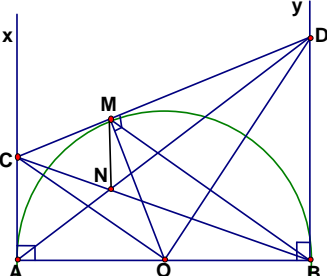
Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:

Chữ kí của giám thị 1: Chữ kí của giám thị 2 :

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 1 (4,0đ)	a) $P = \left(\frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}} + \frac{x-y}{\sqrt{x^2-y^2} - x+y} \right) \cdot \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2-y^2}}$	0,5
	$P = \sqrt{x-y} \left(\frac{1}{\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}} + \frac{1}{\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}} \right) \cdot \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2-y^2}}$	0,5
	$P = \sqrt{x-y} \frac{2\sqrt{x+y}}{(\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y})(\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y})} \cdot \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2-y^2}}$	0,5
	$P = \frac{x^2+y^2}{y}$	
	b) Ta có : $x - y = 1 \Rightarrow x = 1 + y$ $\Rightarrow P = \frac{(y+1)^2 + y^2}{y} = 2y + \frac{1}{y} + 2$ $2y + \frac{1}{y} \geq 2 \cdot \sqrt{2y \cdot \frac{1}{y}} = 2\sqrt{2}$ $\Rightarrow P \geq 2 + 2\sqrt{2}$ <p style="margin-left: 40px;">Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} x = y + 1 \\ 2y = \frac{1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \\ y = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$</p> Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $2 + 2\sqrt{2}$	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
Bài 2 (4,0đ)	a) Cộng các vế của hệ phương trình ta được : $(2x+3y)^2 = 25 \Leftrightarrow 2x+3y = \pm 5$	0,5
	Với $2x+3y = 5$ ta được hệ $\begin{cases} 2x+3y = 5 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$	
	Giải hệ phương trình ta được nghiệm: $(1;1), \left(\frac{7}{13}; \frac{17}{13}\right)$	0,5
	Với $2x+3y = -5$ ta được hệ $\begin{cases} 2x+3y = -5 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$	
	Giải hệ phương trình ta được nghiệm: $(-1;-1), \left(-\frac{7}{13}; -\frac{17}{13}\right)$	0,5
	Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(1;1), \left(\frac{7}{13}; \frac{17}{13}\right), (-1;-1), \left(-\frac{7}{13}; -\frac{17}{13}\right)$	0,5

	<p>b) Điều kiện $x \geq -\frac{1}{2}$</p> $\sqrt{2x+1} + 3\sqrt{4x^2 - 2x + 1} = 3 + \sqrt{8x^3 + 1}$ $\Leftrightarrow \sqrt{2x+1} + 3\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 3 - \sqrt{8x^3 + 1} = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{2x+1} - 3)(\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x+1} = 3 \\ \sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 0; x = \frac{1}{2} \end{cases}$ <p>Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{0; \frac{1}{2}; 4\right\}$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p>Bài 3 (4,0 đ)</p>	<p>a) Từ GT ta có</p> $x^2(y+z) - y^2(z+x) = 0$ $\Rightarrow (x-y)(xy + yz + zx) = 0$ $\Rightarrow (xy + yz + zx) = 0$ <p>(Vì $x \neq y$)</p> <p>Do đó</p> $(y-z)(xy + yz + zx) = 0$ $\Rightarrow y^2x + y^2z - yz^2 - xz^2 = 0$ $\Rightarrow y^2x + y^2z = yz^2 + xz^2$ $\Rightarrow y^2(x+z) = z^2(x+y) = 2018$ <p>Vậy $M = 2018$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
	<p>b) Biến đổi phương trình ta được</p> $x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + 6z = -9$ $\Leftrightarrow (x^2 - 2xy + y^2) + (y^2 - 2yz + z^2) + (z^2 + 6z + 9) = 0$ $\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z+3)^2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ y-z=0 \\ z+3=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = y = z = -3$	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>

		0,5
Bài 4 (6,0đ)	<p>a) Ta có: CA, CM là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M $\Rightarrow OC$ là phân giác của \widehat{AOM}, $CM = CA$ DB, DM là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M $\Rightarrow OD$ là phân giác của \widehat{BOM}, $DM = DB$. Mà \widehat{AOM} và \widehat{BOM} là hai góc kề bù nên $OC \perp OD$ hay $\widehat{COD} = 90^\circ$ $\triangle COD$ vuông tại O có OM là đường cao ta có: $OM^2 = CM \cdot DM$ Mà $OM = R$; $CA = CM$; $DB = DM \Rightarrow AC \cdot BD = R^2 \Rightarrow AC \cdot BD = \frac{AB^2}{4}$. Vậy AC. BD không đổi.</p>	2,0
	<p>b) Ta có: $AC \parallel BD \Rightarrow \frac{CN}{BN} = \frac{AC}{BD}$ (định lí Ta lét) Mà $CA = CM$; $DB = DM$ nên suy ra $\frac{CN}{BN} = \frac{CM}{DM}$ $\Rightarrow MN \parallel BD$ (định lí Ta – lét đảo) Mặt khác $BD \perp AB \Rightarrow MN \perp AB$.</p>	0,5 0,5 0,5
	<p>c) Ta có: $P_{ACDB} = AC + BD + AB + CD = AB + 2CD$. Mà AB không đổi nên $\min P_{ACDB} \Leftrightarrow \min CD \Leftrightarrow CD$ là khoảng cách giữa Ax và By tức là CD vuông góc với Ax và By $\Leftrightarrow CD \parallel AB \Leftrightarrow M$ phải là trung điểm của cung AB.</p>	1,0 1,0
Bài 5 (2,0đ)	<p>a) Hoành độ giao điểm của I là nghiệm của phương trình: $(2m^2 + 1)x + 2m - 1 = m^2x + m - 2$ $\Leftrightarrow (m^2 + 1)x = -m - 1$ $\Leftrightarrow x = \frac{-m - 1}{m^2 + 1}$ $\Rightarrow y = \frac{-3m^2 + m - 2}{m^2 + 1}$ $\Rightarrow I \left(-\frac{m + 1}{m^2 + 1}; \frac{-3m^2 + m - 2}{m^2 + 1} \right)$</p>	0,5 0,5
	<p>Giả sử $I(x_1; y_1)$ vì I là giao điểm của d_1 và d_2 nên tọa độ của I thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases} y_1 = (2m^2 + 1)x_1 + 2m - 1 \\ y_1 = m^2x_1 + m - 2 \end{cases} \Rightarrow y_1 = -x_1 - 3$ Vậy I thuộc đường thẳng cố định $y = -x - 3$</p>	0,5 0,5

Chú ý:

- 1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.*
- 2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.*
- 3) Bài hình không vẽ hình không chấm cả bài.*
- 4) Điểm bài thi là tổng điểm làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất*